

CÁC TÍNH CHẤT PHI CỔ ĐIỂN CỦA TRẠNG THÁI HAI MODE KẾT HỢP THÊM HAI PHOTON TÍCH SU(1,1) CHẴN

TRẦN DIỆP TUẤN¹

TRƯƠNG MINH ĐỨC¹, TRẦN QUANG DAT²

¹ Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế

Email: tmduc2009@gmail.com

² Phân hiệu trường Đại học GTVT tại TP HCM

Email: quangdatp08@gmail.com

Tóm tắt: Chúng tôi nghiên cứu các tính chất phi cổ điển của trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon tích SU(1,1) chẵn. Kết quả khảo sát cho thấy trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon tích SU(1,1) chẵn thể hiện tính chất nén tổng hai mode nhưng lại không thể hiện tính chất nén hiệu hai mode. Trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon tích SU(1,1) chẵn thể hiện tính phản kết chùm và tương ứng với các giá trị q và r càng nhỏ thì mức độ phản kết chùm càng lớn. Ngoài ra, các kết quả khảo sát khác cho thấy trạng thái này vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz và là một trạng thái đan rối hoàn toàn theo các tiêu chuẩn đan rối Hillery – Zubairy và entropy von Newmann.

Từ khóa: Các tính chất phi cổ điển, trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon tích SU(1,1) chẵn

1. GIỚI THIỆU

Vào năm 1991, Agarwal và Tara đã đề xuất ý tưởng về trạng thái kết hợp thêm photon [1]. Sự thú vị của điều này là sự xuất hiện các tính chất phi cổ điển ở trạng thái được thêm photon mà trước đó trạng thái kết hợp không hề tồn tại chúng. Do sự hấp dẫn của việc thêm photon mà cho đến nay, nhiều tài liệu vẫn nghiên cứu về các trạng thái phi cổ điển sử dụng các thao tác non-Gaussian này. Khi các kết quả ứng dụng những trạng thái phi cổ điển trong nhiều nhiệm vụ lượng tử càng thể hiện tính ưu việt của mình thì các thao tác thêm hay hủy photon lại càng khẳng định tầm quan trọng khi có thể nâng cao độ phi cổ điển như độ nén, độ rối,... Hòa chung xu thế đó, trong bài báo này chúng tôi nghiên cứu ảnh hưởng của thêm photon lên trạng thái hai mode SU(1,1) chẵn đối với một số tính chất phi cổ điển như nén tổng, nén hiệu, phản kết chùm, sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz và đan rối trên cơ sở là trạng thái hai mode SU(1,1) của Perelomov [2]. Trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon tích SU(1,1) chẵn được chúng tôi viết như sau

$$|\psi\rangle_{ab} = \mathcal{N} \left(\hat{a}^\dagger \hat{b}^\dagger \right) (|\varphi\rangle_{ab} + |-\varphi\rangle_{ab}), \quad (1)$$

trong đó $\hat{a}^\dagger(\hat{a})$ và $\hat{b}^\dagger(\hat{b})$ là toán tử sinh (hủy) photon của mode a và mode b , $|\pm\varphi\rangle_{ab}$ là các trạng thái hai mode SU(1,1) có dạng

$$|\pm\varphi\rangle_{ab} = \left(1 - |\xi|^2\right)^{\frac{1+q}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{(n+q)!}{n!q!} \right]^{\frac{1}{2}} (\pm\xi)^n |n+q, n\rangle_{ab}, \quad (2)$$

và $\mathcal{N}$ là hệ số chuẩn hóa được xác định bởi

$$\mathcal{N} = \left[2 \left(1 - |\xi|^2\right)^{1+q} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+q)!}{n!q!} [1 + (-1)^n] |\xi|^{2n} (n+q+1)(n+1) \right]^{-\frac{1}{2}}, \quad (3)$$

trong đó $\xi = \tanh r e^{-i\varphi}$ với r, φ thực. Trong không gian Fock, trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon tích SU(1,1) chẵn được viết như sau

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{ab} = & \mathcal{N} \left(1 - |\xi|^2\right)^{\frac{1+q}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{(n+q)!}{n!q!} \right]^{\frac{1}{2}} [1 + (-1)^n] \xi^n \\ & \times \left(\sqrt{n+q+1} \sqrt{n+1} |n+q+1, n+1\rangle_{ab} \right). \end{aligned} \quad (4)$$

Như vậy, để thu được trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon tích SU(1,1) chẵn chúng tôi thực hiện thêm hai photon ở mỗi mode a và b dưới dạng tích vào trạng thái kết hợp hai mode SU(1,1) chẵn.

2. TÍNH CHẤT NÉN TỔNG

Nén là một tính chất được ứng dụng rất nhiều trong các nhiệm vụ lượng tử hiện nay như giảm độ nhiễu, khuếch đại tín hiệu và độ trung thực của thông tin nhận được. Có nhiều tiêu chuẩn để phát hiện tính chất nén như tiêu chuẩn nén đơn mode, hai mode và đa mode, nén tổng và nén hiệu, nén thông thường và nén bậc cao. Tuy nhiên, ở đây chúng tôi sử dụng tiêu chuẩn nén tổng do Hillery đưa ra [3,4]. Toán tử nén tổng được định nghĩa như sau

$$\hat{V}_\phi = \frac{1}{2} \left(e^{i\phi} \hat{a}^\dagger \hat{b}^\dagger + e^{-i\phi} \hat{a} \hat{b} \right), \quad (5)$$

trong đó ϕ là góc xác định hướng của $\langle \hat{a}^\dagger \hat{b}^\dagger \rangle$ trong mặt phẳng phức. Một trạng thái thể hiện tính nén tổng nếu

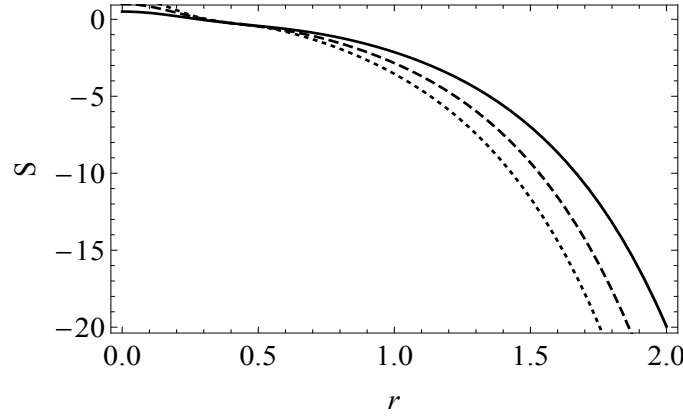
$$S = \langle \hat{V}_\phi^2 \rangle - \langle \hat{V}_\phi \rangle^2 - \frac{1}{4} \langle \hat{n}_a + \hat{n}_b + 1 \rangle < 0, \quad (6)$$

trong đó $\hat{n}_a$ và $\hat{n}_b$ lần lượt là toán tử số hạt của mode a và b . Độ nén càng cao nếu S càng âm. Đối với trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon tích SU(1,1) chẵn

$$S = \frac{1}{4} \langle (e^{i\phi} \hat{a}^\dagger \hat{b}^\dagger)^2 + (e^{-i\phi} \hat{a} \hat{b})^2 + 2 \hat{a}^\dagger \hat{b}^\dagger \hat{a} \hat{b} \rangle = \frac{1}{2} \left(\Re \langle (e^{i\phi} \hat{a}^\dagger \hat{b}^\dagger)^2 \rangle + \langle \hat{a}^\dagger \hat{b}^\dagger \hat{a} \hat{b} \rangle \right). \quad (7)$$

Từ đó tham số nén tổng có dạng như sau

$$S = \mathcal{N}^2(1 + |\xi|^2)^{1+q} \left(\tanh^2 r \cos 2(\varphi + \phi) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+q+3)!(n+3)|\xi|^{2n}(1+(-1)^n)}{n!q!} + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+q)!(n+q+1)^2(n+1)^2|\xi|^{2n}(1+(-1)^n)}{n!q!} \right). \quad (8)$$



Hình 1: Sự phụ thuộc của S vào r và q , cố định $\cos 2(\varphi + \phi) = -1$, từ trên (đường liền) xuống dưới ứng với $q = 0, 1$ và 2 .

Kết quả khảo sát cho thấy trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon tích $SU(1,1)$ chẵn có nén tổng. Tính chất này càng biểu hiện rõ khi r càng lớn hoặc q càng cao. Tuy vậy khi q nhận giá trị nguyên dương thì xuất hiện không có nén trong miền hẹp của r (khoảng $r < 0.5$) (xem hình 1).

3. TÍNH CHẤT NÉN HIỆU

Toán tử nén hiệu được định nghĩa như sau [3]

$$\hat{W}_\phi = \frac{1}{2} \left(e^{i\phi} \hat{a} \hat{b}^\dagger + e^{-i\phi} \hat{a}^\dagger \hat{b} \right). \quad (9)$$

Một trạng thái thể hiện tính nén hiệu nếu

$$D = \langle \hat{W}_\phi^2 \rangle - \langle \hat{W}_\phi \rangle^2 - \frac{1}{4} |\langle \hat{n}_a - \hat{n}_b \rangle| < 0. \quad (10)$$

Tham số nén hiệu được viết một cách tường minh như sau

$$D = \frac{1}{4} \left\langle \left(e^{i\phi} \hat{a} \hat{b}^\dagger \right)^2 + \left(e^{-i\phi} \hat{a}^\dagger \hat{b} \right)^2 + \hat{a} \hat{b}^\dagger \hat{a}^\dagger \hat{b} + \hat{a}^\dagger \hat{b} \hat{a} \hat{b}^\dagger \right\rangle - \frac{1}{4} \left\{ \langle e^{i\phi} \hat{a} \hat{b}^\dagger \rangle + \langle e^{-i\phi} \hat{a}^\dagger \hat{b} \rangle \right\}^2 - \frac{1}{4} |\langle \hat{n}_a - \hat{n}_b \rangle|. \quad (11)$$

Đối với trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon tích SU(1,1) chẵn, sau khi bỏ đi các trung bình lượng tử có số hạng bằng 0, ta có

$$D = \langle \hat{n}_b(\hat{n}_a + 1)/2 \rangle. \quad (12)$$

Dựa vào biểu thức trên có thể thấy rằng $D > 0$. Như vậy trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon tích SU(1,1) chẵn không thể hiện tính chất nén hiệu.

4. TÍNH CHẤT PHẢN KẾT CHÙM VÀ SỰ VI PHẠM BẤT ĐẲNG THỨC CAUCHY-SCHWARZ

4.1. Tính chất phản kết chùm

Phản kết chùm có vai trò quan trọng trong việc tạo ra các trạng thái đơn photon dùng cho các nhiệm vụ lượng tử. Tiêu chuẩn cho sự tồn tại tính phản kết chùm của một trạng thái hai mode được viết dưới dạng sau [5]

$$A(l, p) = \frac{\langle \hat{n}_a^{(l+1)} \hat{n}_b^{(p-1)} \rangle + \langle \hat{n}_a^{(p-1)} \hat{n}_b^{(l+1)} \rangle}{\langle \hat{n}_a^{(l)} \hat{n}_b^{(p)} \rangle + \langle \hat{n}_a^{(p)} \hat{n}_b^{(l)} \rangle} - 1 < 0. \quad (13)$$

trong đó l, p nguyên và $l, p \geq 1$ và $\langle \hat{n}_x^{(k)} \rangle = \langle (\hat{x}^\dagger)^k \hat{x}^k \rangle = \langle \hat{n}_x(\hat{n}_x - 1) \dots (\hat{n}_x - k + 1) \rangle, x = a, b$. Để phát hiện tính phản kết chùm trong trạng thái được nghiên cứu, để cho đơn giản chúng tôi chọn $l = p = 1$, khi đó

$$A(1, 1) = \frac{\langle \hat{n}_a^{(2)} \rangle + \langle \hat{n}_b^{(2)} \rangle}{2\langle \hat{n}_a \hat{n}_b \rangle} - 1. \quad (14)$$

Sau khi tính toán giá trị trung bình các toán tử trong trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon tích SU(1,1) chẵn, kết quả như sau

$$A(1, 1) = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+q)!(n+q+1)^2(n+1)(n+q) + (n+q+1)(n+1)^2n[1+(-1)^n]|\xi|^{2n}}{n!q!}}{2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+q)!(n+q+1)^2(n+1)^2[1+(-1)^n]|\xi|^{2n}}{n!q!}} - 1. \quad (15)$$

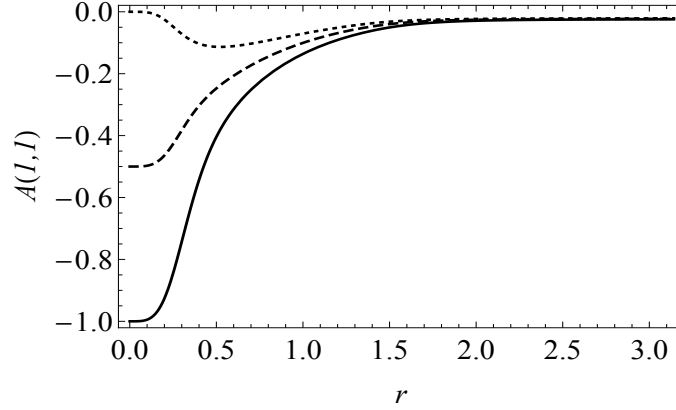
Các kết quả khảo sát bằng đồ thị cho thấy trạng thái được khảo sát mang tính chất phản kết chùm. Một điều thú vị ở tính chất này khi ngược với nén tổng, biểu hiện phản kết chùm bị giảm khi tăng biên độ kết hợp r hoặc q (xem hình 2).

4.2. Sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz

Do sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz cũng là một trong những tính chất phi cổ điển nên trong phần này chúng tôi sử dụng [6]

$$I = \frac{[\langle \hat{a}^{\dagger 2} \hat{a}^2 \rangle \langle \hat{b}^{\dagger 2} \hat{b}^2 \rangle]^{1/2}}{|\langle \hat{a}^{\dagger} \hat{b}^{\dagger} \hat{a} \hat{b} \rangle|} - 1. \quad (16)$$

Một sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz xuất hiện trong trạng thái hai mode khi $I < 0$. Mức độ vi phạm càng cao nếu I càng âm. Tính toán các trung bình trong trạng



Hình 2: Sự phụ thuộc của $A(1, 1)$ vào r và q , từ dưới (đường liền) lên trên tương ứng với $q = 0, 1$ và 2 .

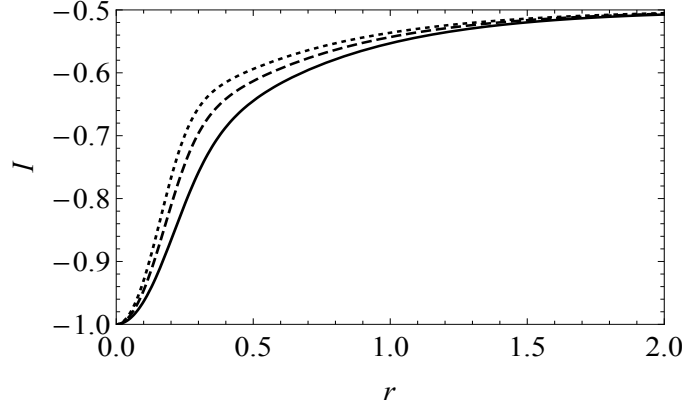
thái hai mode kết hợp thêm hai photon tích $SU(1,1)$ chẵn, chúng tôi thu được tham số I dưới dạng

$$I = \left\{ \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+q)!}{n!q!} [1 + (-1)^n] \tanh^{2n} r [(n+q+1)^2 (n+q)(n+1)]}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+q+1)!}{n!q!} [1 + (-1)^n] \tanh^{2n} r (n+1)} \right\}^{\frac{1}{2}} \times \left\{ \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+q)!}{n!q!} [1 + (-1)^n] \tanh^{2n} r [(n+q+1)n(n+1)^2]}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+q+1)!}{n!q!} [1 + (-1)^n] \tanh^{2n} r (n+1)} \right\}^{\frac{1}{2}} \times \left\{ \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+q)!}{n!q!} [1 + (-1)^n] \tanh^{2n} r [(n+q+1)^2(n+1)^2]}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+q+1)!}{n!q!} [1 + (-1)^n] \tanh^{2n} r (n+1)} \right\}^{-1} - 1. \quad (17)$$

Kết quả khảo sát mức độ vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz theo r và q được thể hiện trên hình 3. Đồ thị cho thấy $I < 0$ với mọi giá trị của r và q , nghĩa là trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon tích $SU(1,1)$ chẵn vi phạm hoàn toàn bất đẳng thức Cauchy-Schwarz. Tuy nhiên mức độ vi phạm sẽ giảm theo sự tăng của biên độ kết hợp r và tham số q .

5. TÍNH CHẤT ĐƠN RỜI

Đơn rời là một tính chất thú vị có ứng dụng rất lớn trong thông tin lượng tử và tính toán lượng tử. Việc phát hiện đơn rời trong các trạng thái đa mode phải dùng đến các tiêu chuẩn phù hợp. Có nhiều tiêu chuẩn ứng với sự phát hiện các kiểu đơn rời khác nhau đã được đưa ra và ứng dụng. Tuy nhiên, trong bài báo này chúng tôi sử dụng hai tiêu chuẩn phổ biến và dễ tính toán được đưa ra bởi Hillery-Zubairy và entropy von Neumann.



Hình 3: Sự phụ thuộc của I vào r và q , từ dưới (đường liền) lên trên ứng với $q = 1, 2$ và 3 .

5.1. Tiêu chuẩn đan rối Hillery – Zubairy

Theo Hillery–Zubairy [7], nếu một trạng thái hai mode thỏa mãn điều kiện dưới đây thì kết luận trạng thái đó bị đan rối, nghĩa là trung bình trong trạng thái đó thỏa mãn bất phương trình

$$|\langle \hat{a}^m \hat{b}^n \rangle|^2 > \langle \hat{a}^{+m} \hat{a}^m \rangle \langle \hat{b}^{+n} \hat{b}^n \rangle. \quad (18)$$

Để dễ khảo sát chúng tôi chọn $m = n = 2$, khi đó bất phương trình (18) được viết lại dưới dạng

$$|\langle \hat{a}^2 \hat{b}^2 \rangle|^2 > \langle \hat{a}^{+2} \hat{a}^2 \rangle \langle \hat{b}^{+2} \hat{b}^2 \rangle. \quad (19)$$

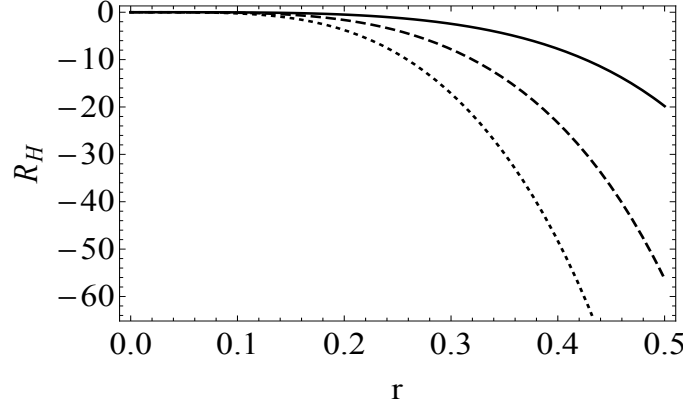
Điều kiện trên có thể viết lại dưới dạng phụ thuộc vào tham số đan rối R_H như sau

$$R_H = \langle \hat{a}^{+2} \hat{a}^2 \rangle \langle \hat{b}^{+2} \hat{b}^2 \rangle - |\langle \hat{a}^2 \hat{b}^2 \rangle|^2 < 0. \quad (20)$$

Đối với trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon tích SU(1,1) chẵn, chúng tôi tính được tham số

$$R_H = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+q)!}{n!q!} [1 + (-1)^n] |\xi|^{2n} [(n+q+1)^2 (n+q) (n+1)]}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+q+1)!}{n!q!} [1 + (-1)^n] |\xi|^{2n} (n+1)} \times \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+q)!}{n!q!} [1 + (-1)^n] |\xi|^{2n} [(n+q+1) (n+1)^2 n]}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+q+1)!}{n!q!} [1 + (-1)^n] |\xi|^{2n} (n+1)} - \left\{ \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+q+3)!}{n!q!} [1 + (-1)^n] |\xi|^{2n} \xi^2 (n+3)}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+q+1)!}{n!q!} [1 + (-1)^n] |\xi|^{2n} (n+1)} \right\}^2. \quad (21)$$

Kết quả khảo sát cho thấy trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon tích SU(1,1) bị rối theo tiêu chuẩn Hillery-Zubairy. Mức độ biểu hiện đan rối càng lớn khi r và q càng lớn (xem hình 4). Để thấy được bức tranh toàn cảnh về đan rối trong trạng thái này, chúng tôi khảo sát thêm một tiêu chuẩn khác, tiêu chuẩn entropy von Newmann.



Hình 4: Sự phụ thuộc của R_H vào r và q , từ trên (đường liền) xuống dưới ứng với $q = 0, 1$ và 2 .

5.2. Tiêu chuẩn entropy von Newmann

Hàm entropy về rối không những có tác dụng giúp chúng ta phát hiện sự đan rối trong các trạng thái đa mode mà nó còn đánh giá được mức độ đan rối trong trạng thái đó. Có hai tiêu chuẩn entropy thường dùng là entropy tuyến tính và entropy von Newmann. Trong bài báo này chúng tôi sử dụng tiêu chuẩn entropy thứ hai. Theo [8], một trạng thái đan rối nếu thỏa mãn

$$E = -\text{Tr}_x(\hat{\rho}_x \ln \hat{\rho}_x) > 0, \quad (22)$$

trong đó $\text{Tr}_x(\hat{\rho}_x)$ là lấy vết của toán tử mật độ $\hat{\rho}_x$ theo mode x , $\ln$ là hàm logarit cơ số e . Nếu một trạng thái hai mode trong không gian Fock có dạng

$$|\Psi\rangle_{ab} = \sum_{n=0}^{\infty} c_n |n+p, n+q\rangle_{ab}, \quad (23)$$

trong đó c_n là hệ số khai triển thỏa mãn $\sum_n |c_n|^2 = 1$, p, q là những số nguyên không âm, hàm entropy von Newmann có dạng

$$E = -\sum_{n=0}^{\infty} |c_n|^2 \ln(|c_n|^2). \quad (24)$$

Với trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon tích SU(1,1) chẵn thì

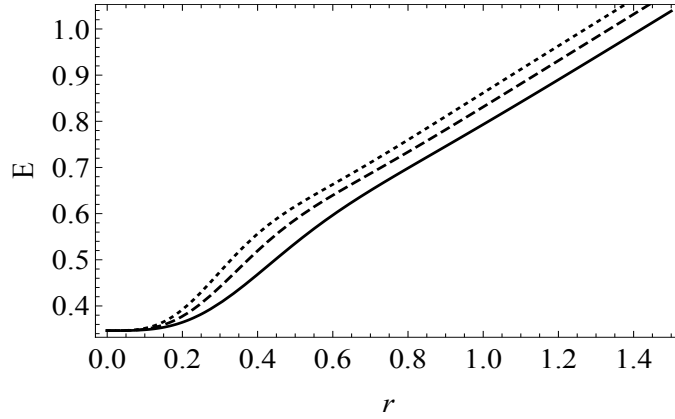
$$|\psi\rangle_{ab} = \sum_{n=0}^{\infty} c_n |n+q+1, n+1\rangle_{ab}, \quad (25)$$

trong đó

$$c_n = \mathcal{N}(1 - |\xi|^2)^{(1+q)/2} \sqrt{\frac{(n+q)!}{n!q!}} (1 + (-1)^n) \xi^n \sqrt{(n+q+1)(n+1)}. \quad (26)$$

Vậy, entropy von Newmann của trạng thái này được xác định là

$$E = -2\mathcal{N}^2(1 - |\xi|^2)^{1+q} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+q)!(1 + (-1)^n)|\xi|^{2n}(n+q+1)(n+1)}{n!q!} \\ \times \ln \left(2\mathcal{N}^2(1 - |\xi|^2)^{1+q} \frac{(n+q)!(1 + (-1)^n)|\xi|^{2n}(n+q+1)(n+1)}{n!q!} \right). \quad (27)$$



Hình 5: Sự phụ thuộc của tham số E vào biên độ r và q , từ dưới (đường liền) lên trên ứng với $q = 0, 1$ và 2

Kết quả khảo sát trên hình 5 cho thấy trạng thái hai mode kết hợp thêm hai photon tích SU(1,1) chắn đàn rối hoàn toàn. Mức độ đàn rối càng cao nếu r và q càng lớn. Điều này phù hợp với các kết quả được khảo sát trong tiêu chuẩn Hillery-Zubairy. Như vậy, điều này một lần nữa khẳng định việc thêm photon vẫn làm cho trạng thái mới mang tính chất đàn rối mạnh.

5. KẾT LUẬN

Trong bài báo này, chúng tôi đã khảo sát một số tính chất phi cổ điển của trạng thái kết hợp hai mode thêm hai photon tích SU(1,1) chắn. Chúng tôi đã tính toán cho các hệ số nén tổng, nén hiệu, phản kết chùm, sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz và đàn rối. Kết quả cho thấy rằng trạng thái này sở hữu các tính chất nén tổng, phản kết chùm, sự vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz và đàn rối nhưng không có nén hiệu.

Xét về phương diện tăng biên độ kết hợp r , các tính chất sau đây đều được biểu hiện mạnh hơn, đó là nén tổng và đàn rối. Trong các giá trị rất bé của r mặc dù có biểu hiện rối hoàn toàn nhưng vẫn có biểu hiện không nén tổng ở trạng thái kết hợp hai mode thêm

hai photon tích $SU(1,1)$ chẵn. Ở các tính chất phản kết chùm và vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz thì việc tăng biên độ r lại làm giảm biểu hiện các tính chất này.

Xét về phương diện tăng tham số điện q , các tính chất nén tổng và đan rối được cải thiện khá đáng kể. Tuy nhiên tăng tham số này cũng làm giảm các tính chất phản kết chùm và vi phạm bất đẳng thức Cauchy-Schwarz. Các kết quả của chúng tôi có thể được mở rộng nếu thực hiện thêm nhiều photon vào trạng thái này cũng như sử dụng chúng trong các nhiệm vụ lượng tử.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Agarwal G. S. (1988), J. Opt. Soc. Am. B, **5**, 1940.
- [2] Perelomov A. M. (1972), Commun. Math. Phys, **26**, 222.
- [3] Hillery M. (1989), Physical Review A, **45**, 3147.
- [4] Hillery M. (1963), Physical Review A, **31**, 338.
- [5] Lee C. T. (1989), Physical Review A, **41**, 1569.
- [6] Glauber R. J. (1963), Physical Review, **96**, 2766.
- [7] Gerry C. C., Grobe R. (1996), Journal of Modern Optics, **44**, 41.
- [8] Bennett C. H, Bernstein H. J., Popescu S., and Bennett S. B. (1996), Physical Review A **53**, 2046.

Title: NONCLASSICAL PROPERTIES OF THE EVEN MULTIPLIED-TWO-PHOTON-ADDED TWO-MODE COHERENT STATE $SU(1,1)$

Abstract: In this paper, we study the two-mode sum squeezing, two-mode difference squeezing, antibunching properties and the violation of the Cauchy-Schwarz inequality in the even multiplied-two-photon-added two-mode coherent state $SU(1,1)$. We derive the analytical expressions for this state, which occurs the two-mode sum squeezing but does not occur the two-mode difference squeezing. Based on the antibunching criterion and the Cauchy-Schwarz inequality we show that this state indicates the antibunching and violation of the Cauchy-Schwarz inequality. Also, the multiplied-two-photon-added two-mode coherent state $SU(1,1)$ is entangled according to the Hillery-Zubairy and the entropy von Newmann criteria.

Keyword: nonclassical properties, even multiplied-two-photon-added two-mode coherent state $SU(1,1)$