ĐỊNH LƯỢNG ĐỘ RỐI VÀ VIỄN TẢI LƯỢNG TỬ VỚI TRẠNG THÁI HAI MODE KẾT HỢP $SU(1,1)$ THÊM MỘT VÀ BỚT MỘT PHOTON LẺ

NGUYỄN THỊ THU HẰNG[1]
TRƯƠNG MINH ĐỨC[1,*], *HỒ SỸ CHƯƠNG*[2,**]
[1] *Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế*
[2] *Trường Đại học Đồng Nai*
[*] *Email: tmduc2009@gmail.com*
[**] *Email: hosichuong@gmail.com*

Tóm tắt: Bài báo này nghiên cứu tính chất đan rối và định lượng độ rối của trạng thái hai mode kết hợp $SU(1,1)$ thêm một và bớt một photon lẻ bằng sử dụng tiêu chuẩn đan rối Hillery-Zubairy và tiêu chuẩn Độ đồng quy. Kết quả khảo sát cho thấy trạng thái hai mode kết hợp $SU(1,1)$ thêm một và bớt một photon lẻ là một trạng thái đan rối mạnh. Khi sử dụng trạng thái này để viễn tải lượng tử một trạng thái kết hợp, chúng tôi nhận thấy rằng quá trình viễn tải lượng tử thành công với độ trung thực F_{av} của quá trình viễn tải thỏa mãn điều kiện $0,5 \leq F_{av} \leq 1$.
Từ khóa: Trạng thái hai mode kết hợp, Tính chất đan rối, Viễn tải lượng tử

1. GIỚI THIỆU

Ngày nay, thời đại công nghệ thông tin ở một bước phát triển cao đó là số hóa tất cả các dữ liệu thông tin, luân chuyển mạnh mẽ và kết nối tất cả chúng ta lại với nhau. Thế nên, vấn đề làm thế nào để truyền tín hiệu đi xa mà vẫn đảm bảo tính lọc lựa cao và giảm được thăng giáng đến mức thấp nhất là vấn đề cấp thiết cho các nhà vật lý lý thuyết cũng như thực nghiệm.
Trạng thái hai mode kết hợp $SU(1,1)$ được định nghĩa như sau [1]

$$|\varphi\rangle_{ab} = |\xi, q\rangle_{ab} = (1-|\xi|^2)^{\frac{1+q}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{(n+q)!}{n!q!}\right]^{1/2} \xi^n |n+q, n\rangle_{ab}, \tag{1}$$

trong đó $\xi = -\tanh(\theta/2)\exp(-i\varphi)$; $(\theta/2) = r$ với θ rất bé. Khi cho toán tử $(\hat{a}^\dagger + \hat{b})$ tác dụng lên trạng thái hai mode kết hợp $SU(1,1)$ thì sẽ cho ra một trạng thái mới, đó là

Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế
ISSN 1859-1612, Số 03(51)/2019: tr. 73-81
Ngày nhận bài: 15/05/2019; Hoàn thành phản biện: 20/06/2019; Ngày nhận đăng: 25/06/2019

trạng thái hai mode kết hợp $SU(1,1)$ thêm một và bớt một photon lẻ, được định nghĩa dưới dạng

$$|\psi\rangle_{ab} = \mathcal{N}\left(\hat{a}^\dagger + \hat{b}\right)\left(|\varphi\rangle_{ab} - |-\varphi\rangle_{ab}\right), \tag{2}$$

trong đó $\mathcal{N}$ là hệ số chuẩn hóa. Khi biểu diễn qua trạng thái Fock, trạng thái hai mode kết hợp $SU(1,1)$ thêm một và bớt một photon lẻ được đưa ra như sau:

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{ab} =& \mathcal{N}\left(1-|\xi|^2\right)^{\frac{1+q}{2}} \sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{(n+q)!}{n!q!}\right]^{\frac{1}{2}}\left[1-(-1)^n\right]\xi^n \\ &\times\left\{\sqrt{n+q+1}|n+q+1,n\rangle_{ab} + \sqrt{n}|n+q,n-1\rangle_{ab}\right\}. \end{aligned} \tag{3}$$

Đặt $m = n = 2k+1$ và thực hiện chuẩn hóa thì hệ số chuẩn hóa

$$\mathcal{N} = \left[4\left(1-|\xi|^2\right)^{1+q}\sum_{k=0}^{\infty}\left[\frac{(2k+q+1)!}{(2k+1)!q!}\right]|\xi|^{2(2k+1)}(4k+q+3)\right]^{-\frac{1}{2}}. \tag{4}$$

Từ đó, trạng thái hai mode kết hợp $SU(1,1)$ thêm một và bớt một photon lẻ được viết lại

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{ab} =& \left[\left(1-|\xi|^2\right)^{1+q}\sum_{k=0}^{\infty}\left[\frac{(2k+q+1)!}{(2k+1)!q!}\right]|\xi|^{2(2k+1)}(4k+q+3)\right]^{-\frac{1}{2}} \\ &\times\left(1-|\xi|^2\right)^{\dfrac{1+q}{2}}\sum_{k=0}^{\infty}\left[\frac{(2k+q+1)!}{(2k+1)!q!}\right]^{\frac{1}{2}}\xi^{(2k+1)} \\ &\times\left\{\sqrt{2k+q+2}|2k+q+2\rangle_a|2k+1\rangle_b + \sqrt{2k+1}|2k+q+1\rangle_a|2k\rangle_b\right\}. \end{aligned} \tag{5}$$

Trong bài báo này, chúng tôi tiến hành khảo sát tính đan rối của trạng thái hai mode kết hợp $SU(1,1)$ thêm một và bớt một photon lẻ. Tiếp theo tiến hành viễn tải lượng tử một trạng thái kết hợp với trạng thái này và đánh giá sự thành công của quá trình viễn tải thông qua độ trung thực trung bình. Các kết quả thu được sẽ được chúng tôi biện luận chi tiết trong phần kết luận.

2. NGHIÊN CỨU TÍNH CHẤT ĐAN RỐI VÀ ĐỊNH LƯỢNG ĐỘ RỐI

Nghiên cứu tính đan rối của trạng thái hai mode kết hợp $SU(1,1)$ thêm một và bớt một photon lẻ theo tiêu chuẩn đan rối Hillery-Zubairy [2], [3]. Theo đó, Hillery và Zubairy đã đưa ra điều kiện đan rối dưới dạng một bất đẳng thức

$$\left\langle\left(\hat{a}^\dagger\right)^m(\hat{a})^m\right\rangle\left\langle\left(\hat{b}^\dagger\right)^n\left(\hat{b}\right)^n\right\rangle < \left|\left\langle(\hat{a})^m\left(\hat{b}\right)^n\right\rangle\right|^2. \tag{6}$$

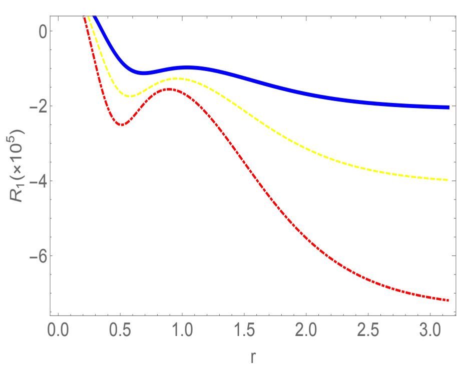
Một trạng thái được gọi là đan rối nếu bất đẳng thức trên được thỏa mãn. Sử dụng tiêu chuẩn trên và đặt $m = n = 2k+1 = l$, sau đó chúng tôi đưa vào tham số đan rối R_1 dưới dạng

$$R_1 = \left\langle\left(\hat{a}^\dagger\right)^l(\hat{a})^l\right\rangle\left\langle\left(\hat{b}^\dagger\right)^l\left(\hat{b}\right)^l\right\rangle - \left|\left\langle(\hat{a})^l\left(\hat{b}\right)^l\right\rangle\right|^2. \tag{7}$$

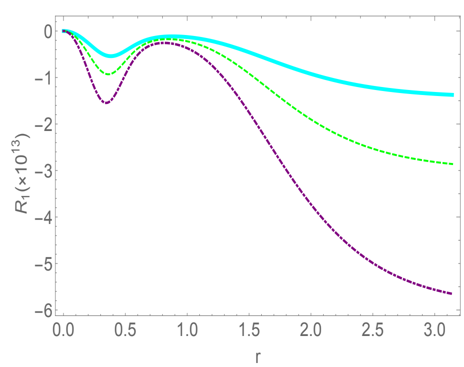
Một trạng thái bất kì được gọi là đan rối nếu $R_1 < 0$ và R_1 càng âm thì mức độ đan rối càng tăng, ngược lại nếu $R_1 \geq 0$ thì trạng thái đó không rối. Thực hiện tính toán các đại lượng trong biểu thức của R_1 và đặt $\psi = 0, \gamma = 2r, 0 \leq r \leq \pi$, ta được $\xi = -\tanh r$. Thay vào biểu thức (7) chúng tôi thu được kết quả

$$\begin{aligned}
R_1 =& 4|\mathcal{N}|^4 \left\{ \left(1-|\xi|^2\right)^{1+q} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{(n+q)!}{n!q!}\right] |\xi|^{2n} \left[1-(-1)^n\right] \right\}^2 \\
& \times \left[(n+q+1) \prod_{j=1}^{l} (n-j+1) + n \prod_{j=1}^{l} (n-j) \right] \\
& \times \left[(n+q+1) \prod_{j=1}^{l} (n+q-j+2) + n \prod_{j=1}^{l} (n+q-j+1) \right] \\
& - 4|\mathcal{N}|^4 \left\{ \left(1-|\xi|^2\right)^{1+q} \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{(n+q)!}{n!q!}\right] |\xi|^{2n} \left[1-(-1)^n\right] \xi^l \right\}^2 \\
& \times \Bigg[\sqrt{n+q+1}\sqrt{n+q+1-l} \prod_{j=1}^{l} \sqrt{(n-j+1)} \prod_{j=1}^{l} \sqrt{(n+q-j+2)} \\
& + \sqrt{n+1}\sqrt{n+1-l} \prod_{j=1}^{l} \sqrt{(n-j+2)} \prod_{j=1}^{l} \sqrt{(n+q-j+1)} \Bigg]^2 .
\end{aligned} \tag{8}$$

Kết quả nghiên cứu sự phụ thuộc của mức độ đan rối R_1 theo r được cho trong hình 1 và



Hình 1: *Sự phụ thuộc của tham số đan rối R_1 vào r và q với k thuộc khoảng giá trị (0;2), từ trên (đường liền) xuống dưới ứng với giá trị $q = 1$, $q = 2$, $q = 3$.*



Hình 2: *Sự phụ thuộc của tham số đan rối R_1 vào r và q với k thuộc khoảng giá trị (0;3), từ trên (đường liền) xuống dưới ứng với giá trị $q = 6$, $q = 7$, $q = 8$.*

hình 2. Sự thuộc của tham số đan rối R_1 vào r được xét trong khoảng khoảng $0 \leq r \leq \pi$, tương ứng với k thuộc khoảng giá trị $(0;2)$ ta xét ở hình 1, (hay n, m thuộc khoảng giá trị $(0;5)$ vì $n = m = 2k+1$) và với k thuộc khoảng giá trị $(0;3)$ (n, m thuộc khoảng giá trị $(0;7)$) ở hình 2, ở đây các giá trị của q được khảo sát là $q = 1$, $q = 2$, $q = 3$ (hình 1) và

$q = 6$, $q = 7$, $q = 8$ (hình 2). Từ hai đồ thị biểu diễn, chúng tôi nhận thấy rằng, khi q tăng hoặc k tăng ((m, n) tăng) thì giá trị R_1 càng âm, điều đó chứng tỏ trạng thái này càng rối. Từ đây chúng tôi có thể kết luận rằng, trạng thái hai mode kết hợp $SU(1, 1)$ thêm một và bớt một photon lẻ phụ thuộc vào các tham số k và q, khi giá trị tham số k và q càng lớn thì mức độ đan rối càng lớn và ngược lại. Vậy trạng thái hai mode kết hợp $SU(1, 1)$ thêm một và bớt một photon lẻ là trạng thái rối hoàn toàn (khi ta xét các giá trị tham số k và q phù hợp) theo tiêu chuẩn đan rối Hillery-Zubairy, nên trạng thái này có thể làm nguồn rối cho quá trình viễn tải lượng tử.

Ở đây, độ rối chỉ mới được đánh giá thông qua tiêu chuẩn đan rối Hillery-Zubairy chỉ như là điều kiện đủ thì rất cần thiết phải kiểm tra lại các kết quả thu được một lần nữa bằng một phương pháp độc lập với cách trên. Chính vì thế, chúng tôi thực hiện khảo sát hiệu ứng đan rối bằng tiêu chuẩn đan rối khác, mà ở đây là tiêu chuẩn Độ đồng quy.

Theo tiêu chuẩn Độ đồng quy [4], chúng tôi có trạng thái hai mode a và b được đưa ra dưới dạng

$$|\Psi\rangle_{ab} = \mathcal{N}\left[\mu\,|\eta\rangle_a\,|\gamma\rangle_b + \upsilon\,|\zeta\rangle_a\,|\delta\rangle_b\right], \tag{9}$$

trong đó $\mathcal{N}$ là hệ số chuẩn hóa; μ, υ là số phức; ζ, η , γ , δ là các trạng thái đã được chuẩn hóa của hai mode a và b. Từ đó, chúng tôi định nghĩa Độ đồng quy như sau:

$$C = \frac{2|\mu||\upsilon|\sqrt{(1 - |{P_1}^2|)((1 - |{P_2}^2|)}}{|\mu|^2 + |\upsilon|^2 + Re(\mu^*\upsilon P_1 {P_2}^*)}, \tag{10}$$

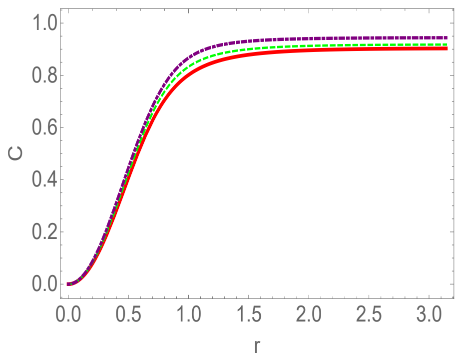
Khi áp dụng cho trạng thái hai mode kết hợp SU(1,1) thêm một và bớt một photon lẻ, chúng tôi thu được Độ đồng quy có dạng

$$C = \frac{2\,|\mu|\,|\upsilon|}{|\mu|^2 + |\upsilon|^2},$$

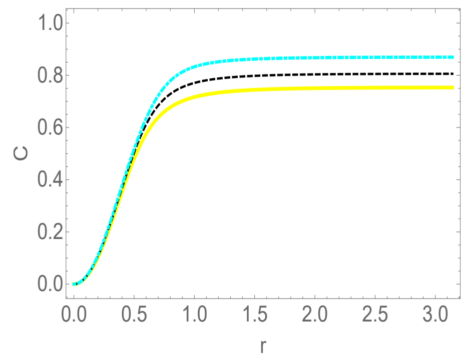
trong đó

$$\begin{aligned} |\mu| &= \left[\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{(n+q)!}{n!q!}\right][1-(-1)^n]^2 \tanh^2 r\,(n+q+1)\right]^{-\frac{1}{2}};\\ |\upsilon| &= \left[\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{(n+q)!}{n!q!}\right][1-(-1)^n]^2 \tanh^2 r.n\right]^{-\frac{1}{2}}. \end{aligned} \tag{11}$$

Chúng tôi có đồ thị khảo sát đan rối của trạng thái hai mode kết hợp $SU(1, 1)$ thêm một và bớt một photon lẻ đan rối theo tiêu chuẩn Độ đồng quy như hình 3 và hình 4. Đồ thị hình 3, hình 4, cho chúng tôi thấy khi giá trị r tăng từ 0 đến $\pi/3$ thì Độ đồng quy tăng rất nhanh và sau đó khi $r > \pi/3$ thì độ đồng quy gần như bảo hòa với giá trị Độ đồng quy cực đại tiến đến gần bằng 1. Như vậy, trạng thái hai mode kết hợp $SU(1, 1)$ thêm một và bớt một photon lẻ là một trạng thái đan rối hoàn toàn. Do đó, trạng thái hai mode kết hợp $SU(1, 1)$ thêm một và bớt một photon lẻ có thể được sử dụng là nguồn tài nguyên đan rối để thực hiện quá trình viễn tải lượng tử.



Hình 3: *Sự phụ thuộc của Độ đồng quy C vào r và q với k thuộc khoảng giá trị (0;2), từ dưới (đường liền) lên trên ứng với giá trị $q = 1$, $q = 2$, $q = 3$.*



Hình 4: *Sự phụ thuộc của Độ đồng quy C vào r và q với k thuộc khoảng giá trị (0;3), từ dưới (đường liền) lên trên ứng với giá trị $q = 6$, $q = 7$, $q = 8$.*

3. KHẢO SÁT QUÁ TRÌNH VIỄN TẢI LƯỢNG TỬ

Theo mô hình viễn tải của Agarwal và Gasbris [5], bên gửi thông tin là Alice và bên nhận thông tin là Bob. Trạng thái hai mode kết hợp $SU(1,1)$ thêm một và bớt một photon lẻ có hai mode a và b, trong đó mode a được đưa tới Alice và mode b được đưa tới Bob, trạng thái được viễn tải là trạng thái kết hợp $|\gamma\rangle_c$ tương ứng với mode c được đưa vào Alice. Tại nơi gởi thông tin, đầu tiên Alice sẽ thực hiện việc tổ hợp trạng thái $|\gamma\rangle_c$ và $|\psi\rangle_{ab}$ trở thành một trạng thái 3 mode có dạng

$$\begin{aligned}
|\psi\rangle_{abc} =& |\psi\rangle_{ab}|\gamma\rangle_c \\
=& \mathcal{N}\left(1-|\xi|^2\right)^{\frac{1+q}{2}} \sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{(n+q)!}{n!q!}\right]^{\frac{1}{2}}\left[1-(-1)^n\right]\xi^n \\
& \times\left\{\sqrt{n+q+1}|n+q+1\rangle_a|n\rangle_b+\sqrt{n}|n+q\rangle_a|n-1\rangle_b\right\}|\gamma\rangle_c.
\end{aligned} \tag{12}$$

Tiếp theo Alice thực hiện 1 phép đo trạng thái Bell tổ hợp trên 2 mode a và c để đo thông tin về mức độ đan rối giữa $|\gamma\rangle_c$ và $|\psi\rangle_{ab}$ dựa trên 2 mode a và c. Trạng thái Bell được biểu diễn qua trạng thái Fock như sau

$$|B(X,P)\rangle_{ac} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sum_{k=0}^{\infty} D_c(2A)\,|k,k\rangle_{ac}. \tag{13}$$

Khi phép đo tổ hợp hoàn thành, trạng thái tích $|\psi\rangle_{abc}$ sụp đổ. Do Bob và Alice cùng chia sẽ trạng thái đan rối nên Bob có trạng thái như sau

$$\begin{aligned}|\psi\rangle_{abc,B} =& {}_{ca}\langle B\left(X,P\right) \mid \psi\rangle_{abc}\\ =&\frac{2}{\sqrt{\pi}}\mathcal{N}\left(1-|\xi|^2\right)^{\frac{1+q}{2}}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=0}^{\infty}\left[\frac{(n+q)!}{n!q!}\right]^{\frac{1}{2}}\left[1-(-1)^n\right]\xi^n\\ &\times\left\{\sqrt{n+q+1}_{ca}\left\langle k,k\right| D_c^{\dagger}\left(2A\right)\left|n+q+1\right\rangle_a |n\rangle_b|\gamma\rangle_c\right.\\ &\left.+\sqrt{n}_{ca}\left\langle k,k\right| D_c^{\dagger}\left(2A\right)\left|n+q\right\rangle_a |n-1\rangle_b|\gamma\rangle_c\right\}.\end{aligned} \tag{14}$$

Lúc này, bên Bob tồn tại trạng thái tương ứng với mode b chứa các thông tin về mode c. Bob thực hiện phép dịch chuyển $\hat{D}\left(g\beta\right)$ để xây dựng lại trạng thái được viễn tải ban đầu $|\gamma\rangle_c$ với g là hệ số điều khiển mà Bob dùng để hoàn thiện độ trung thực của quá trình viễn tải. Trạng thái cuối cùng thu được trong quá trình viễn tải là

$$\begin{aligned}|\psi\rangle_{abc,out} =&\hat{D}\left(g2A\right)|\psi\rangle_{abc,B}\\ =&\frac{2}{\sqrt{\pi}}\mathcal{N}\left(1-|\xi|^2\right)^{\frac{1+q}{2}}\mathrm{e}^{-A\gamma^*+A^*\gamma}\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}|\gamma-2A|^2}\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{(n+q)!}{n!q!}\right]^{1/2}\left[1-(-1)^n\right]\xi^n\\ &\times\left\{\frac{(|\gamma-2A|)^{n+q+1}}{\sqrt{(n+q+1)!}}\sqrt{n+q+1}.\hat{D}\left(g2A\right)|n\rangle_b+\frac{(|\gamma-2A|)^{n+q}}{\sqrt{(n+q)!}}\sqrt{n}.\hat{D}\left(g2A\right)|n-1\rangle_b\right\}.\end{aligned} \tag{15}$$

Bây giờ, chúng tôi phải dựa vào độ trung thực trung bình F_{av} để đánh giá mức độ thành công của quá trình viễn tải lượng tử.

4. ĐỘ TRUNG THỰC TRUNG BÌNH CỦA QUÁ TRÌNH VIỄN TẢI LƯỢNG TỬ

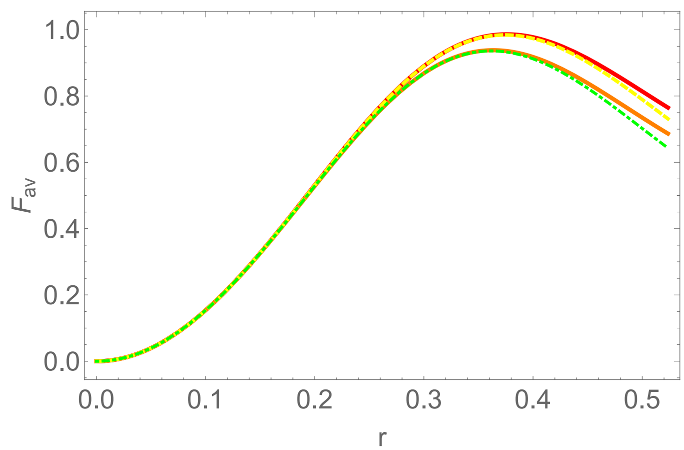
Tiêu chuẩn thành công của quá trình viễn tải lượng tử được xác định qua độ trung thực trung bình F_{av} được xác định qua biểu thức sau

$$\begin{aligned}F_{av} =&\int\left|{}_{in,ab}\langle\psi\mid\psi\rangle_{ab,out}\right|^2 d^2A\\ =&\int\left|\langle\gamma\mid\psi\rangle_{ab,out}\right|^2 d^2A.\end{aligned} \tag{16}$$

Quá trình viễn tải thành công nếu thỏa mãn điều kiện $\frac{1}{2}\leq F_{av}\leq 1$.
Đối với trạng thái hai mode kết hợp $SU(1,1)$ thêm một và bớt một photon lẻ thì F_{av} sẽ có dạng

$$\begin{aligned}F_{av} =&8|\mathcal{N}|^2\left(1-|-\mathrm{tanhr}|^2\right)^{1+q}\exp\left(-|2r|^2\right)\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{(n+q)!}{n!q!}\right]\\ &\times\left[1-(-1)^n\right]|-\mathrm{tanhr}|^{2n}\frac{|2r|^{2n}}{n!}\left(2n+q+1\right),\end{aligned}$$

trong đó $\mathcal{N}$ là hệ số chuẩn hóa. Để kết luận cho quá trình viễn tải lượng tử với nguồn rối là trạng thái hai mode kết hợp $SU(1,1)$ thêm một và bớt một photon lẻ, chúng tôi khảo sát sự phụ thuộc của độ trung thực trung bình F_{av} vào r theo biểu thức (3.23). Kết quả khảo sát độ trung thực trung bình F_{av} theo r được cho trong hình 4.



Hình 5: *Khảo sát độ trung thực trung bình F_{av} theo r với các giá trị q và k khác nhau, từ trên (đường liền nét đậm) xuống dưới tương ứng với $q = 6$ với $k = (0;2)$ và $k = (0;5)$, $q = 7$ với $k = (0;2)$ và $k = (0;5)$.*

Từ hình vẽ chúng tôi thấy đường liền nét đậm ($q = 6$) và đường liền nét nhạt ($q = 7$) sẽ cho ta giá trị độ trung thực trung bình bị giảm khi giá trị tham số q tăng lên mặc dù cùng giá trị $k = (0;2)$. Tương tự, ở đường biễn diễn đứt nét nhạt ($q = 6$) và đứt nét đậm ($q = 7$) tương ứng giá trị k được khảo sát nằm trong khoảng $(0;5)$, chúng tôi thu được kết quả tương tự. Bây giờ xét sự thay đổi giá trị k trong 2 khoảng giá trị đã cho $(0;2)$ và $(0;5)$, chúng tôi thấy khi ta tăng giá trị của k hoặc giảm giá trị của q thì độ trung thực trung bình tăng theo, và ngược lại. Một trạng thái đan rối nếu sử dụng vào quá trình viễn tải và cho ta kết quả độ trung thực trung bình F_{av} có giá trị nằm trong khoảng $0,5 \leq F_{av} \leq 1$ thì trạng thái đó là trạng thái đan rối có thể được sử dụng trong viễn tải lượng tử. Xét giá trị r nằm trong khoảng $0,25$ đến $\pi/6$ thì độ lớn của F_{av} sẽ luôn thỏa mãn điều kiện $0,5 \leq F_{av} \leq 1$. Nhưng nếu khi chúng tôi thay đổi giá trị q và k thì sẽ dẫn đến sự thay đổi của r nên giá trị F_{av} cũng thay đổi theo. Do vậy, chúng tôi hoàn toàn có thể thay đổi từng giá trị của k và q phù hợp để thực hiện quá trình viễn tải lượng tử cho trường hợp trạng thái hai mode kết hợp $SU(1,1)$ thêm một và bớt một photon lẻ. Vậy quá trình viễn tải lượng tử thành công, đây là một kết quả như mong đợi của chúng ta. Kết quả này một lần nữa khẳng định mối quan hệ chặt chẽ giữa mức độ đan rối của nguồn rối và mức độ thành công của quá trình viễn tải lượng tử.

5. KẾT LUẬN

Trong bài báo này, đầu tiên, chúng tôi tiến hành nghiên cứu tính chất đan rối và định lượng độ rối của trạng thái hai mode kết hợp $SU(1,1)$ thêm một và bớt một photon lẻ bằng hai tiêu chuẩn đan rối Hillery-Zubairy và tiêu chuẩn Độ đồng quy. Cả hai tiêu chuẩn đều cho chúng tôi kết quả khẳng định trạng thái hai mode kết hợp $SU(1,1)$ thêm một và bớt một photon lẻ là một trạng thái rối hoàn toàn. Tiếp theo, chúng tôi sử dụng trạng thái hai mode kết hợp $SU(1,1)$ thêm một và bớt một photon lẻ làm nguồn rối để xây dựng mô hình viễn tải lượng tử một trạng thái kết hợp và đánh giá mức độ thành công của quá trình viễn tải thông qua độ trung thực trung bình F_{av}. Đồ thị cho thấy độ trung thực trung bình F_{av} phụ thuộc vào các giá trị tham số đưa vào. Chúng tôi thấy khi giá trị γ, q thay đổi thì độ trung thực trung bình cũng thay đổi theo. Chính vì thế, chúng tôi phải tính toán và chọn các tham số phù hợp để cho quá trình viễn tải lượng tử được diễn ra thành công. Trong bài báo này, các giá trị được khảo sát là $\gamma = 2r$; $0,25 < r < \frac{\pi}{6}$, các giá trị q được xét là 6 và 7, cũng như xét khoảng giá trị k từ $(0;2)$ đến khoảng giá trị $(0;5)$ thì quá trình viễn tải được diễn ra thành công với độ trung thực trung bình nằm hoàn toàn trong vùng khảo sát viễn tải lượng tử. Tuy nhiên, các thông số khác vẫn có thể được chọn một cách phù hợp để thực hiện quá trình viễn tải. Kết quả này một lần nữa khẳng định mối quan hệ chặt chẽ giữa mức độ đan rối của nguồn rối và mức độ thành công của quá trình viễn tải lượng tử.

LỜI CẢM ƠN

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Bộ Giáo dục và Đào tạo trong đề tài mã số B2019-DHH-12.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] Perelomov A. M. (1972), "Coherent states for arbitrary Lie groups", *Communications in Mathematical Physics*, 26, 3, pp. 222 - 236.

[2] Hillery. M (1989), "Sum and diffrence squeezing of the electromagnetic field", *Phys. Rev A*, 45, pp. 3147-3155.

[3] Hillery M. and Zubairy M. S. (2006), "Entanglement conditions for two- mode states", *Physical Review Letters*, 96, 5, pp. 050503-1 - 050503-7.

[4] Jiani Wu, Shiyou Liu, Liyun Hu, Jiehui Huang, Zhenglu Duan and Yinghua Ji (2015), "Improving entanglement of even entangled coherent states by a coherent superposition of photon subtraction and addition", *Journal of the Optical Society of America B*, 32, 11, pp. 2299-1 - 2299-9.

[5] Agarwal G. S. and Biswas A. (2005), "Inseparability inequalities for higher oder moments for bipartite systems", *New Journal of Physics*, 7, 1, pp. 211-1 - 211-8.

[6] Christopher C. Gerru, Rainer Grobe (1996), "Two-mode $SU(2)$ and $SU(1,1)$ Schrodinger cat states", *Journal of modern optics*, vol.44, No.1, pp. 41-53.

Title: QUALITATIVE MEASURES OF ENTANGLEMENT AND QUANTUM TELEPORTATION OF THE ONE-PHOTON-ADDED AND ONE-PHOTON-SUBTRACTED TWO-MODE ODD SU(1,1) COHERENT STATE

Abstract: This paper considers the entanglement properties of the one-photon-added and one-photon-subtracted two-mode odd $SU(1,1)$ coherent state by using the Hillery-Zubairy and the Concurrence criteria. We conclude that the one-photon-added and one-photon-subtracted two-mode odd $SU(1,1)$ coherent state is absolutely entangled state. Therefore, this state is used as an entangled resource to teleport a coherent state. We show that the efficiency of the teleportation process via the average fidelity F_{av}. We realize that the teleportation process is successful when a maximum fidelity reaches the value of $F_{av} = 1$.
Keywords: Two-mode coherent state, entanglement, quantum teleportation